

La logique et l'épistémologie

La démonstration

Anne-Françoise Schmid

Philopsis : Revue numérique
<https://philopsis.fr>

Les articles publiés sur Philopsis sont protégés par le droit d'auteur. Toute reproduction intégrale ou partielle doit faire l'objet d'une demande d'autorisation auprès des éditeurs et des auteurs. Vous pouvez citer librement cet article en mentionnant l'auteur et la provenance.

Ceci est un extrait, retrouvez nos documents complets sur philopsis.fr

Introduction

Ce texte est une sorte de triptyque qui tourne autour du concept de démonstration.

Dans un préambule, un débat classique (Descartes, Leibniz) est présenté sous forme de dialogue fictif, qui engage un ensemble de notions permettant d'appréhender celle qui nous occupe. Nous verrons que, philosophiquement, la question de la démonstration engage tout un ensemble de décisions.

Dans le premier chapitre, nous verrons que, du point de vue de l'épistémologie contemporaine, la question philosophique de la démonstration ne peut être développée sans un certain nombre de connaissances sur les théories, la forme des lois scientifiques, le concept de déduction, et le théorème de la déduction. Il faut donc un certain nombre de connaissances pour comprendre le concept de démonstration. C'est ce qui sera présenté au début de ce texte, et qui explique un certain nombre de « rappels » (théorie, loi scientifique). Nous verrons qu'il y a des liens entre la déduction et la démonstration, quoiqu'elles ne s'identifient pas. Ils permettent d'expliquer en quoi consiste une démonstration dans un système hypothético-déductif.

Dans un second chapitre, quelques indications seront données pour l'interprétation de deux grands débats philosophiques autour de la démonstration :

- 1) Peut-on accepter le raisonnement par l'absurde ? Les positions intuitionnistes et constructivistes pensent qu'il n'est pas acceptable en mathématiques ;
- 2) La démonstration est-elle d'ordre logique ou mathématique ? Ces deux questions sont liées, les « intuitionnistes » pensant souvent que la démonstration est d'abord mathématique.

Ces trois pièces du triptyque peuvent être lues dans l'ordre que l'on voudra. Néanmoins, le premier chapitre est techniquement nécessaire pour comprendre ce qu'est une démonstration.

Il y a évidemment des échos entre ces trois parties. La différence entre logique et mathématiques, raisonnement logique et évidence, logique et intuition, etc... se retrouvent entre le préambule (Leibniz, Descartes) et dans la polémique (Russell, Poincaré).

Préambule : un débat classique, la logique et l'évidence

Encore une remarque : les classiques ont eux aussi beaucoup réfléchi à la déduction et à la démonstration. Même si la logique contemporaine a éclairci beaucoup d'aspects de la démonstration, les considérations, même antiques, sur la question de la démonstration sont déterminantes (voir le texte d'Alain Chauve).

Quelques pages recommandées :

Herbert H. Knecht, *La logique chez Leibniz, Essai sur le rationalisme baroque*, Lausanne, L'Âge d'Homme, 1981, pp. 197-205, il y a tout un développement très intéressant sur la déduction et la démonstration chez Leibniz, et d'autres. Cela vaut la peine de lire ces quelques pages, et les notes qui vont avec ce chapitre — c'est une collection que l'on doit pouvoir trouver en bibliothèque.

On peut lire aussi de Louis Couturat, *La logique de Leibniz*, Paris, Alcan, 1901, qui est un grand classique. Et Aristote, bien entendu...

Sur cette question, il y a la classique différence entre Leibniz et Descartes (non pas un dialogue historique, comme les deux polémiques (géométrie, logique) entre Poincaré et Russell — voir le chapitre 2 —, puisque Descartes est mort lorsque Leibniz avait quatre ans). Nous verrons que dans ces débats, ce qui est en jeu, c'est la conception de la vérité.

Voici une sorte de répétition de ce débat entre Descartes et Leibniz, tel que je l'ai reconstitué à travers mes lectures. On y verra que la question de la déduction et de la démonstration est prise dans des postures philosophiques beaucoup plus larges. Plus tard, la logique mathématique a spécifié ces questions, et posé des relations plus formelles entre déduction et démonstration, mais qui ne suppriment pas les débats philosophiques. Simplement, avec la logique mathématique, on verra un affaiblissement du concept de vérité, réduit au « vrai » (théorie déflationniste, ou déflationnisme, de la vérité — sur ces sujets, il y a d'excellents articles dans l'Encyclopédie philosophique de l'Université de Stanford, en ligne : <http://plato.stanford.edu/entries/truth-deflationary/>).

Je vais en donner deux exemples, en dégagant les structures que supposent de telles idées de la vérité comme en un dialogue entre Descartes et Leibniz, dialogue tout à fait théorique, puisque Descartes est mort en 1650 et Leibniz est né en 1646. Il s'agit d'une promenade dans leurs œuvres, propre à faire voir leur traitement systématique de la question de la vérité. Il ne s'agit évidemment pas d'une analyse de philosophies du 17^{ème} siècle¹.

« Mais, chaque fois que deux hommes portent sur la même chose des jugements contraires, il est sûr que l'un ou l'autre au moins se trompe. Aucun des deux ne semble même avoir de science, car,

1 Il y a un classique sur la critique leibnizienne de Descartes : Yvon Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, Paris, Gallimard, 1960, 559 p.

si les raisons de l'un étaient certaines et évidentes, il pourrait les exposer à l'autre de manière à finir par convaincre son entendement. » (*Regulae ad directionem ingenii*, II).

« *Quo facto, quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos, quam inter duos Computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sedereque ad abacos, et sibi mutuo (accito si placet amico) dicere : Calculemus !* » Texte rapporté par Louis Couturat dans *La Logique de Leibniz*, Paris, Alcan 1901, p. 98). « De fait, lorsque s'élève une controverse entre deux philosophes, la dispute n'est pas plus forte qu'entre deux calculateurs (*Computistas*). Il suffit en effet que chacun prenne sa plume et s'assoie à l'abaque, et qu'ils se disent l'un à l'autre (si du moins ils trouvent un accord amical pour se retrouver) : Calculons ! »

Ces deux points de vue sur le désaccord peuvent paraître au premier regard assez semblables. Il y a des façons de faire cesser la controverse, pour l'un en exposant des raisons certaines et évidentes, pour l'autre en invitant l'ami philosophe à venir s'installer à la table à calcul. Et pourtant ces deux approches sont très différentes, le calcul permettant l'analyse de raisons à l'infini.

« ... il n'arrive rien d'inintelligible, excepté que nous ne saurions démêler tout ce qui entre dans nos perceptions confuses, qui tiennent même de l'infini, et qui sont des expressions du détail de ce qui arrive dans les corps. » (*Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, Préface).

« *Contingentiae radix est infinitum. Veritas contingens est, quae est indemonstrabilis* » (« La racine de la contingence est l'infini. Une vérité est contingente lorsqu'elle n'est pas susceptible de démonstration ») (Texte rapporté par Louis Couturat dans *La Logique de Leibniz*, Paris, Alcan 1901, p. 212). On comprend alors que l'accord de deux philosophes ne peut se conclure par la clarté et l'évidence.

Ces deux points de vue ont quelque chose à voir avec la vérité correspondance pour le premier, avec la vérité cohérence pour le second. Nous allons montrer dans la suite de ce chapitre, en mettant en évidence les traits distinctifs, en quoi ces conceptions seront importantes pour nos problèmes contemporains. Je vais procéder en alternant des fragments de textes, qui donnent autant de facettes à notre problème.

Descartes

Aucune vérité, aucune créature n'est concevable sans Dieu :

« Dieu ne ferait pas paraître que sa puissance est immense, s'il créait des choses telles que par après elles peuvent exister sans lui ; mais, au contraire, il montrerait par là qu'elle est finie, en ce que les choses qu'il aurait une fois créées ne dépendraient plus de lui pour être » (A Hyperaspites, cité par M. Guérout, *Descartes selon l'ordre des raisons*, tome 2, p. 27, note 13).

Leibniz

« *Nam etsi Deus nullus esset, modo possibile maneret nos existere, non ideo minus essemus capaces veri...* » (« Même s'il n'y avait aucun Dieu, et pourvu qu'il restât possible que nous existions, nous ne serions pas moins capables de vrai... ») (*Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum...*, 13). Ce texte se trouve dans le 4^{ème} tome de l'édition C. J. Gerhardt, *Leibniz gegen Descartes und der Cartesianismus*, Berlin, 1880, pp. 350-366

Descartes

La création par Dieu des vérités éternelles :

« ... les vérités mathématiques, lesquelles vous nommez éternelles, ont été établies de Dieu et en dépendent entièrement, aussi bien que tout le reste des créatures. C'est en effet parler de Dieu comme d'un Jupiter ou d'un Saturne, et l'assujettir au Styx et aux destinées, que de dire que ces vérités sont indépendantes. » (Lettre à Mersenne, 15 avril 1630).

« Pour la difficulté de concevoir comment il a été libre et indifférent à Dieu de faire qu'il ne fût pas vrai, que trois angles d'un triangle fussent égaux à deux droits, ou généralement que les contradictoires ne peuvent être ensemble, on la peut aisément ôter, en considérant que la puissance de Dieu ne peut avoir aucunes bornes ; puis aussi, en considérant que notre esprit est fini, et créé de telle nature, qu'il peut concevoir comme possibles les choses que Dieu a voulu être véritablement possibles, mais non pas de telle, qu'il puisse aussi concevoir comme possibles celles que Dieu aurait pu rendre possibles, mais qu'il a toutefois voulu rendre impossibles. » (lettre au Père Mesland, 2 mai 1644 ?)[le point d'interrogation est de l'éditeur].

« ... parce qu'il s'est déterminé à faire les choses qui sont au monde, pour cette raison, comme il est dit en la Genèse, *elles sont très bonnes*, c'est-à-dire que la raison de leur bonté dépend de ce qu'il les a ainsi voulu faire. » (*Réponses aux objections*, VI, 8).

Ainsi les vérités éternelles sont les essences (lettre à Mersenne, 27 mai 1630, début).

Leibniz

Selon Leibniz, Descartes soumet l'entendement à la volonté.

« Ainsi, disant que les choses ne sont bonnes par aucune règle de bonté, mais par la seule volonté de Dieu, on détruit, ce me semble, sans y penser, tout l'amour de Dieu et toute sa gloire. Car pourquoi le louer de ce qu'il a fait, s'il serait également louable en faisant tout le contraire ? Où sera donc sa justice et sa sagesse, s'il ne reste qu'un certain pouvoir despotique, si la volonté tient lieu de raison, et si, selon la définition des tyrans, ce qui plaît au plus puissant est juste par là même ? » (*Discours de métaphysique*, II).

« Mais d'en attribuer l'origine au bon plaisir de Dieu, c'est ce qui ne paraît pas trop convenable à celui qui est la suprême raison, chez qui tout est réglé, tout est lié. Ce bon plaisir ne serait pas même *bon*, ni *plaisir*, s'il n'y avait pas un parallélisme perpétuel entre la puissance et la sagesse de Dieu. » (*Nouveaux Essais...*, IV, III, 9).

« Et quant au bon plaisir du créateur, il faut dire qu'il est réglé selon les natures des choses, en sorte qu'il n'y produit et conserve que ce qui leur convient et qui se peut expliquer par leurs natures, au moins en général... » (*Nouveaux Essais...*, IV, III, 7).

Dieu est donc soumis au principe de non-contradiction, et n'aurait pu le créer par un effet de son libre-arbitre.

« Ainsi on peut dire que, de quelque manière que Dieu aurait créé le monde, il aurait toujours été régulier et dans un certain ordre général. Mais Dieu a choisi celui qui est le plus parfait, c'est-à-dire celui qui est en même temps le plus simple en hypothèses, et le plus riche en phénomènes, comme pourrait être une ligne de géométrie dont la construction serait aisée et les effets seraient fort admirables et d'une grande étendue. » (*Discours de métaphysique*, VI).

Descartes

La théorie de la création des vérités éternelles rend le monde intelligible à l'homme.

« Or il n'y en a aucune [de vérité] en particulier que nous ne puissions comprendre si notre esprit se porte à la considérer, et elles sont toutes *mentibus nostris ingenitae*... » (Lettre à Mersenne, 15 avril 1630).

« Et ainsi je reconnais très clairement que la certitude et la vérité de toute science dépend de la seule connaissance du vrai Dieu : en sorte qu'avant que je le connusse, je ne pouvais savoir parfaitement aucune autre chose. » (*Méditations métaphysiques*, V, fin).

La « règle des vérités » est « la faculté qu'il [Dieu] nous a donnée » (*Principes...*, I, 30) et que Descartes appelle *intuitus mentis* dans une lettre à Mersenne (16 octobre 1639).

« Si quelqu'un donc veut sérieusement rechercher la vérité, il ne doit pas faire choix d'une science particulière : elles sont toutes unies entre elles et dépendantes les unes des autres. Qu'il pense seulement à accroître la lumière naturelle de sa raison, non pour résoudre telle ou telle difficulté d'école, mais pour que, dans chaque circonstance de sa vie, son entendement montre à sa volonté ce qu'il faut choisir... » (*Regulae...*, I).

Ceci est un extrait, retrouvez nos documents complets sur philopsis.fr