

## La démonstration

### Ordre cartésien et *ratio demonstrandi duplex*<sup>1</sup>

**Daniel Dauvois**

Philopsis : Revue numérique

<http://www.philopsis.fr>

---

Les articles publiés sur Philopsis sont protégés par le droit d'auteur. Toute reproduction intégrale ou partielle doit faire l'objet d'une demande d'autorisation auprès des éditeurs et des auteurs. Vous pouvez *citer* librement cet article en en mentionnant l'auteur et la provenance.

Je me propose d'étudier et d'éclairer, du moins de le tenter parce que cela est obscur et assez résistant à l'étude, le texte bien connu de Descartes où il accède à la demande de Mersenne d'une présentation *more geometrico* des vérités, ou des raisons que les *Méditations* ont conquises selon une autre voie. En cette fin des *Secondes Réponses*, il en vient alors à mieux déterminer ce que c'est que l'ordre du discours<sup>2</sup> ainsi que la manière de

---

<sup>1</sup> Le latin de mon titre n'est pas, ou non point seulement, de coquetterie spéculative ni d'affectation d'une rigueur textuelle d'aventure superflue. Il a fonction d'expression anticipée et de rappel de ce qui ne va pas sans dire : expression de la nécessité où nous allons nous mettre de conférer sans cesse le latin avec le français, puisque la traduction à laquelle nous serons confrontés nous en dira tout ensemble trop et pas assez, et qu'il faudra la réduire et la compléter. Mais aussi rappel et qui est logé dans le petit mot de *ratio*, là où Descartes aurait pu écrire *modus* et même plutôt *modi* puisqu'il semble qu'il y en ait deux. Etonnons-nous donc un peu pour commencer de cette *ratio* au singulier, de cette forme ou façon de démontrer qui ne va pas tarder à se séparer en analyse et en synthèse, mais qui l'annonce au singulier et comme en l'unité originaires de ces diverses voies démonstratives, une unité que le creusement prochain des distinctions ne supprimera pas. Avec cette *ratio*, on se trouve ainsi presque devant une raison formelle, autrement dit une essence, dont la division à venir n'affectera point l'infrangible unité. En ce sens *ratio* rappelle que analyse et synthèse, tout d'abord et de façon pérenne, c'est la même chose : leur différence ne saura former que l'articulation interne d'une essence unitaire.

<sup>2</sup> *Duas res in modo scribendi geometrico distingo, ordinem scilicet, et rationem demonstrandi.* (j.s. AT VII, 155, 8-10). L'ordre affecte bien ici l'expression écrite de

démontrer. Les distinctions à venir vont donc nous éclairer sur la conception cartésienne de la démonstration, sur son déploiement au sein même des *Méditations*, sur la compréhension du mode d'écriture singulier de ce texte, qui se révélera ensemble convenir et ne pas convenir avec l'écriture *more geometrico*. Notons enfin que la portée de ce texte sur l'ordre et la démonstration doit atteindre en quelque façon toutes les sciences, que la philosophie première s'y trouve bien entendu impliquée en comparaison des développements mathématiques, mais que la physique également nous permettra des interrogations et nous autorisera des clartés voire des progrès, sur les points durs du texte cartésien. Bref la théorie de la démonstration s'affecte au tout<sup>3</sup> des sciences théorétiques déjà reconnues d'Aristote. Je vais m'employer à manifester que cette remarque peut se tourner en principe d'intelligibilité pour la suite : il faudra maintenir l'unité du propos et veiller à ne point comprendre les distinctions proposées de façon tranchée ni séparatrice, tout en satisfaisant à la spécification des domaines d'étude. Cela signifie, pour anticiper quelques résultats prochains, que l'analyse et la synthèse dont il va bientôt être question, en un sens profond de ce qu'est toute démonstration, c'est la même chose, que ce ne sont que des voies orientées en des sens opposés pour éclairer semblablement les mêmes objets ; leurs différences sont appelées à devenir des agents de coopération dans la production d'un savoir unitaire. Nous devons donc toujours opérer des distinctions sur fond d'unité infrangible.

Première confirmation immédiate de ce constat régulateur : Descartes commence par énoncer que cette manière géométrique d'écrire, il l'a suivie durant les *Méditations* et il ne s'en est donc point affranchi, quoique celles-ci ne soient manifestement point écrites à la manière<sup>4</sup> de quelque livre des *Eléments* d'Euclide, de l'*Ethique* ou des *Principia* de Newton. Car il faut distinguer, dans l'exposition du savoir, l'ordre<sup>5</sup> d'une part et la *ratio demonstrandi duplex*, d'autre part.

Descartes affirme ainsi tout d'abord qu'il a satisfait aux exigences d'ordre, lesquelles concernent donc toute science et tout style d'écriture rationnelle. Cet ordre superpose la succession discursive sur celle des connaissances possédées : on ne doit proposer (dans l'exposition écrite) en premier que ce qui doit être connu (dans la possession des savoirs) sans l'aide de ce qui suit. Mais cet ordre, en outre, concerne aussi la

---

la pensée, et non pas ou non pas seulement la successivité des contenus de pensée, des choses connues ou non.

<sup>3</sup> Le motif de l'unité de la science est assez certifié chez Descartes, à partir de la première *des Regulae ad directionem ingenii*.

<sup>4</sup> Manière aisément identifiable et que ne reprennent donc pas non plus les *Principes de la philosophie*. La question de l'ordre et de la manière, en ce dernier texte, ne saurait s'éclairer seulement à partir de la remarque de l'*Entretien avec Burman*, selon laquelle ce texte est écrit selon le style synthétique (AT V, 153).

<sup>5</sup> D'où le caractère problématique des expressions d'*ordre analytique* et d'*ordre synthétique*, chez M. Guérout.

démonstration, sinon la *ratio demonstrandi duplex* : il est requis que ce qui s'expose ensuite soit démontré par les seules choses qui le précèdent. Il semble ainsi que la démonstration ne puisse aller que de ce qui est déjà connu vers ce qui demande encore de l'être. Évidemment une première difficulté nous attend en ce point. L'ordre en effet concerne tout style et toute raison démonstrative, aussi bien l'analytique que la synthétique. Cependant nous nous apprêtons à savoir, par le détour mathématique que nous allons effectuer à l'instant, que l'analyse semble ne point convenir avec la seconde exigence que l'ordre fait peser sur le discours raisonné et l'exposition de la science. La voie analytique de démonstration a pour trait distinctif principal d'anticiper la connaissance de ce qui ne doit être connu qu'ensuite, afin de le pouvoir connaître. N'est-ce pas là aller contre l'ordre ? Il va nous falloir opérer quelques distinctions pour surmonter cet obstacle curieusement passé sous silence par les commentateurs.

### Origines mathématiques de la distinction analyse/synthèse

On peut rappeler tout d'abord la distinction entre analyse et synthèse entendues comme des opérations effectuées sur des unités, plutôt qu'au titre de voies méthodiques de démonstrations. En ce sens originaire, la synthèse n'est autre qu'une addition tandis que l'analyse équivaut à une subdivision. C'est Paul Tannery, en ses *Mémoires scientifiques*<sup>6</sup>, qui a ainsi souligné qu'assembler une somme de drachmes, c'est synthèse, tandis que la subdiviser en changeant l'unité de compte, en prenant la plus petite unité de l'obole à la place du drachme, c'est analyse. On en conservera la parfaite réversibilité de ces opérations, qui réapparaîtra, en notre contexte cartésien, au travers d'une lettre de Descartes à Morin.

Mais le sens fondamental des termes d'analyse et de synthèse les tient encore pour des relatifs et sur le terrain des voies démonstratives. En effet, la synthèse, à propos d'une proposition mathématique à établir et à rendre invinciblement vraie, consiste à partir de ce qui est déjà connu, donc du patrimoine des théorèmes déjà démontrés depuis les propositions premières déjà posées, dans l'évidence pour les axiomes, dans les exigences constructives pour les postulats ou demandes. Elle consiste alors comme démonstration proprement dite à montrer comment, selon les règles déductives reçues, la proposition qui fait le *demonstrandum* peut être dérivée : elle va donc du connu vers ce qui reste à connaître, de ce qui est fondé en raison vers ce qui demande que soit manifestée une telle fondation, que la synthèse précisément effectue. Posant ainsi sa raison avant l'effectivité de la proposition, la synthèse va des principes vers les conséquences et elle épouse en cette successivité l'ordre d'enchaînement des propriétés qui court entre les connaissables eux-mêmes. Ce point est à retenir pour la suite : la synthèse comme style géométrique approprie l'ordre du

---

<sup>6</sup> *Mémoires scientifiques*, éd. J. Gabay, 1995, tome III, p. 162-169

discours à la connexion des essences, de sorte que l'esprit passe par les étapes qui relient les choses connaissables<sup>7</sup> entre elles. L'ordre du discours est celui des objets du discours, non tels que l'esprit les aperçoit mais tels qu'ils sont les uns en regard des autres. On peut commenter sous un jour cartésien en soulignant que cette voie synthétique méconnaît les écarts et les différences qui se peuvent apercevoir entre la succession des propriétés dans les essences et la manière dont un esprit, selon sa nature et son histoire, est susceptible de les appréhender. On peut également conclure à une espèce de répétition de la distinction aristotélicienne entre le connaissable en soi et le connaissable pour nous<sup>8</sup>.

Quant à l'analyse, elle consiste inversement à partir de ce qui est en question et, eu égard à l'ordre des termes dans la démonstration, du résultat à atteindre, non plus des principes qui en commandent la possible déduction. Il s'agit d'en déduire des propositions susceptibles de coïncider avec- ou bien de contredire ce que l'on sait déjà et qui forme une vérité établie. On suppose donc vrai ce qui est en question et l'on recherche l'invention d'une démonstration, qui consiste à dériver de cette supposition une identité ou une proposition déjà connue. Une fois cet acheminement effectué, le renversement du sens de la démonstration, qui la retournera du connu vers le connaissable, suffit à nous faire retrouver la synthèse, dont l'analyse constitue donc la voie inverse. Nous pouvons envisager comme analytique, de ce fait, le raisonnement par l'absurde, qui consiste à supposer par provision la validité d'une proposition de sorte que se déduise d'une telle opération une proposition contradictoire de ce qui est reçu pour vrai. L'analyse semble alors régresser de la proposition en question vers une proposition plus fondamentale et déjà connue, partant plus proche des principes d'où l'ensemble de la région théorique est émergé : son avancée pour nous selon l'ordre successif de notre connaissance est une régression selon l'en soi de l'ordre des connaissables entre eux.

Remarquons encore que l'analyse, si elle dissocie contrairement à la synthèse, la succession pour notre savoir de la succession propre aux essences objectives, le prononce pour des motifs d'efficiace inventive : comment en effet peut-on comprendre qu'une démonstration mathématique soit découverte dans l'espèce de pont qu'elle jette entre le connu et ce qui ne l'est pas encore ? La synthèse propose de partir de ce qui est déjà connu, bref de ce qui est un principe, en regard des conséquences qui s'en tireront : mais lequel choisir, ou quelle proposition parmi tout le savoir déjà constitué ? En cette voie synthétique, on ne sait d'où partir, si l'on sait où l'on va, et la démonstration a certes un horizon mais sans pouvoir entamer l'acheminement qui porte vers lui. Dans l'analyse en revanche, le point de départ démonstratif est donné, c'est ce qui est en question, ainsi la démonstration peut s'inaugurer et ne rencontre plus de fait qu'une difficulté

---

<sup>7</sup> On peut identifier ces choses à connaître avec les essences pourvu que l'on persiste bien à distinguer entre ces essences et les appréhensions plus ou moins conformes à sa nature propre que l'esprit peut en effectuer.

<sup>8</sup> *Ethique à Nicomaque*, I, 2, 1095b 1-3.

d'orientation, et non d'émergence absolue. Ceci fait entendre que l'analyse forme la vraie voie par laquelle les choses sont découvertes, ce que la synthèse, dans l'après-coup de sa survenue, peut réordonner selon la succession propre aux choses connaissables considérées en elles-mêmes. Si la synthèse superpose l'ordre du discours sur celui des essences et de leurs priorités, l'analyse propose la voie féconde d'obtention effective de résultats démonstratifs, elle forme donc l'âme des mathématiques, considérées dans le progrès de leur histoire et non dans les reconstitutions ordinales que l'exposition synthétique implique. Descartes pourra donc opposer invention et découverte d'une part, côté analyse, et exposition du savoir conformément à l'ordre de ses objets, d'autre part, du côté de la synthèse. L'analyse trouve et la synthèse enseigne.

Ce privilège de l'analyse vaut tout particulièrement chez Descartes mathématicien, en tant qu'il hérite tout d'abord des innovations récentes et rassemblées sous le vocable d'algèbre. Depuis la théorie des équations, en effet, le geste fondamental, face à quelque difficulté à résoudre, consiste à substituer aux termes du problème des symboles quantitatifs tels qu'on voudra ainsi qu'à égaliser dans l'écriture symbolique de ce même problème, ce qui est connu avec ce qui est inconnu et précisément en question. Dans une équation, il faut ainsi toujours supposer l'opération analytique caractéristique d'anticipation du résultat dans l'expression de la difficulté. Les  $x$  et les  $y$  sont combinés avec des  $a$ , des  $b$ , des  $c$  qui signifient respectivement leur statut d'inconnues et de quantités en principe connues, de sorte que les équations égalisent des expressions mélangées des unes et des autres. Les règles formelles de manipulation d'un objet tel que ces équations conduisent alors aveuglément et invinciblement au résultat, par lequel une quantité inconnue finit, d'un côté de l'égalité, par être égalisée, de l'autre côté de cette égalité, avec une combinaison de symboles représentant seulement des quantités connues. Ou bien, si s'exprime par exemple une relation finale entre  $x$  et  $y$ , cette indétermination numérique du résultat peut être interprétée, en géométrie, comme équation de droites, de courbes ou de surfaces, selon la complexité des expressions obtenues.

Descartes ne se contente pas d'hériter de l'algèbre, à partir de travaux comme ceux de Viète (ainsi l' *In artem analyticam Isagoge*<sup>9</sup>) mais il est aussi l'inventeur de ce qui se nommera géométrie analytique, ce dont l'innovation principale consiste précisément à convertir les parties qu'on peut appréhender intuitivement d'un problème géométrique, en des équations, (équations de droites, de cercles, de coniques, etc....) lesquelles

---

<sup>9</sup> Viète y définit ainsi analyse et synthèse : « *Il est en mathématiques une méthode pour la recherche de la vérité, que Platon passe pour avoir inventée, que Théon a nommée analyse et qu'il a définie ainsi : regarder la chose cherchée comme si elle était donnée, et marcher de conséquences en conséquences, jusqu'à ce que l'on reconnaisse comme vraie la chose cherchée. Au contraire, la synthèse se définit : Partir d'une chose donnée pour arriver de conséquences en conséquences à trouver une chose cherchée.* » (*In artem analyticam Isagoge*, éd. 1591, p. 5 ; traduction in M. Chasles *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, Bruxelles, 1837, rééd. J. Gabay, 1989)

expriment la condition contraignante, toujours réalisée par les ensembles de points considérés, d'un rapport d'égalité combinant l'expression des abscisses et celle des ordonnées. Cette géométrie enveloppe l'établissement d'un repère sur l'espace considéré, ensuite dénommé cartésien, formé d'un point origine et de deux vecteurs unités, s'il s'agit d'un plan, de sorte que tout point peut se définir par l'intersection de sa projection sur les deux axes de coordonnées ; et que tout ensemble de points, comme une droite ou un cercle, peut être exprimé en une équation combinant abscisses et ordonnées. Pour cette géométrie nouvelle, qui s'affranchit de l'intuition des figures et des constructions dans le plan, et qui y substitue la manipulation réglée de symboles aveugles, le geste essentiel et analytique de résolution des problèmes consiste à supposer ceux-ci résolus pour les pouvoir résoudre. Descartes l'énonce en principe au début de sa *Géométrie* :

« Ainsi, voulant résoudre quelque problème, on doit d'abord le considérer comme déjà fait et donner des noms à toutes les lignes qui semblent nécessaires pour le construire aussi bien à celles qui sont inconnues qu'aux autres. Puis, sans considérer aucune différence entre ces lignes connues et inconnues, on doit parcourir la difficulté selon l'ordre qui montre le plus naturellement de tous, en quelle sorte elles dépendent mutuellement les unes des autres, jusqu'à ce qu'on ait trouvé le moyen d'exprimer une même quantité en deux façons, ce qu'on nomme une équation, car les termes de l'une de ces deux façons sont égaux à ceux de l'autre. »<sup>10</sup>

Le triomphe sur le problème de Pappus est à ces conditions, de sorte que Descartes ne saurait accorder ses faveurs méthodiques à une autre voie démonstrative que l'analyse. On le confirmera par le constat de fréquence lexicale qu'en tout le corpus dont nous disposons et que mesure par convention l'édition Adam-Tannery, il n'est offert que cinq occurrences pour le terme de synthèse (ou de *synthesis*), et toutes en les *Secondes Réponses* (d'AT VII ou IX) alors qu'il y a 29 occurrences<sup>11</sup> de celui d'analyse (ou de ses déclinaisons latines), ce qui n'en fait d'ailleurs pas un terme très courant du lexique cartésien, cependant un peu davantage, distribué au fil des œuvres et de la correspondance. Nous verrons qu'il y a davantage à retenir des occurrences d'*a priori* et d'*a posteriori* dans ce même corpus. Retenons toutefois que l'analyse propose les traits caractéristiques d'une anticipation de la résolution dans la position des problèmes, partant de la constitution d'une hypothèse dont la valeur de vérité est suspendue aux conséquences qu'on s'efforcera d'en tirer. Tout le bénéfice de cette manière de démontrer vient donc du mélange ou de la mixtion explicitement décidés entre le connu et l'inconnu.

---

<sup>10</sup> AT VI, 372, 10-22.

<sup>11</sup> Source : le CD ROM de l'University of Toronto : *Œuvres complètes de R. Descartes, Connaught Descartes Project*, André Gombay et alii.

## Retour à l'ordre et au texte canonique

Revenons alors vers l'expression de l'ordre que proposent les Secondes Réponses et qui avait semblé disconvenir avec la voie analytique de démonstration. Si, en effet, l'analyse anticipe la résolution et la connaissance de ce qui sera seulement avéré au terme de la démonstration : ne doit-on point dire alors que ce qui est posé en premier est connu à l'aide de ce qui s'ensuit ? L'analyse formant une hypothèse qui anticipe sur la résolution, paraît abandonner la prescription de linéarité irréversible, caractéristique de l'ordre. On pourrait être tenté de répondre en distinguant les choses, connues ou inconnues, des opérations démonstratives qu'on effectue sur elles, de sorte que l'ordre concernerait la successivité linéaire des choses connues mais non pas la succession non linéaire dans la voie démonstrative analytique qui rend ces choses telles. Il reste cependant, à propos du mode d'écriture géométrique<sup>12</sup> qu'une distorsion demeure entre la successivité du texte qui s'écrit et qui satisfait de façon obvie au principe de l'ordre et la successivité des contenus pensés en ce texte, pour lesquels on doit constater une anticipation de ce qui sera avéré dans ce qui s'énonce auparavant. L'analyse comme voie démonstrative, ne se contente pas d'apprécier les relations entre les choses connaissables, mais elle proportionne les priorités du discours à la nature même de notre esprit et à sa façon d'être en état de surmonter une chose qui lui demeure provisoirement inconnue : le passage pour notre esprit, de l'inconnu au connu, ne se fait pas comme dérive de l'unité d'une essence telle propriété secondaire et consécutive. L'invention en mathématiques enseigne que le sens qui va des principes vers leurs conséquences est le sens d'exposition du savoir mais non pas celui de sa découverte. Il faut donc, pour rendre compatible la *ratio demonstrandi* analytique avec l'ordre général du discours de raison, effectuer la distinction entre une manière ou un style démonstratif approprié à notre esprit et à sa nature, avec ses lenteurs, ses préjugés, ses obstacles qui sont de lui et non des connaissables eux-mêmes, et un style approprié aux choses connaissables elles-mêmes, et au développement des contenus de connaissance conformément à leur relations intrinsèques de dépendance et de subordination. Première leçon subséquente pour notre théorie cartésienne de la démonstration : démontrer demande non seulement de montrer la vérité de la chose même mais de prendre en vue également la nature de notre esprit et ses façons de comprendre et de connaître. La démonstration véritable, celle en laquelle le résultat est trouvé et non seulement prouvé, se doit donc d'approprier son cours au détail du pouvoir subjectif d'entendre et de connaître. L'analyse fait passer en effet et non par semblance de l'inconnu au connu, au prix d'une subversion provisoire de l'ordre, qui se résorbe dans les conclusions, mais que la finitude de notre pouvoir de connaître commande de respecter pour un temps.

---

<sup>12</sup> *in modo scribendi geometrico*, dit le latin d'AT VII, 155, 9-10.

De cette difficulté première nous allons maintenant tomber dans la principale, qui pour être bien connue n'en reste pas moins singulièrement épineuse. Elle tient tout d'abord en un net écart de traduction qu'il va falloir décidément prendre en considération plutôt que de tenter de le supprimer. Voici en effet ce que disent le latin tout d'abord, puis le français de Clerselier, sur l'analyse, et aussi sur la synthèse. La raison démonstrative est double, ou bien par l'analyse, ou bien par la synthèse, *alia scilicet per analysim, alia per synthesim*<sup>13</sup>. Le latin poursuit : « *Analysis veram viam ostendit per quam res methodice et tanquam a priori inventa est...* »<sup>14</sup>

Je traduis mot à mot : l'analyse montre la vraie voie par laquelle la chose a été méthodiquement et comme *a priori* découverte<sup>15</sup>. Or le texte français ne dit plus du tout cela, mais :

« L'analyse montre la vraie voie par laquelle une chose a été méthodiquement inventée, et fait voir comment les effets dépendent des causes. »<sup>16</sup>

De même, laissons entendre ce grand écart de traduction à propos de la synthèse :

« *Synthesis e contra per viam oppositam et tanquam a posteriori quaesitam (etsi saepe ipsa probatio sit in hac magis a priori quam in illa)* »<sup>17</sup>

ce qui peut donner l'équivalent suivant :

« La synthèse au contraire, par une voie opposée et recherchée comme *a posteriori* (même si souvent la preuve elle-même est en celle-ci plus *a priori* qu'en celle-là) »

tandis que Clerselier écrit :

« La synthèse au contraire, par une voie tout autre et comme en examinant les causes par leurs effets (bien que la preuve qu'elle contient soit souvent aussi des effets vers les causes) »<sup>18</sup>

---

<sup>13</sup> AT VII, 155, 21-22

<sup>14</sup> Ibid., 23-24

<sup>15</sup> Je mets plutôt *découverte* qu'*inventée*, comme a fait Clerselier, pour ce que le dernier terme, en ses possibilités sémantiques, s'est modifié depuis le XVIIe siècle. Il faut cependant y loger la possibilité de *nouveauté* et de *facticité*, qu'*invention* indique mieux que *découverte*.

<sup>16</sup> AT IX-1, 121.

<sup>17</sup> AT VII, 156, 6-8.

<sup>18</sup> AT IX-1, 122.



Si l'on doute que Clerselier ait pris sur lui de s'écarter ainsi de la lettre latine dans sa traduction, on rappellera après Baillet<sup>19</sup> que Descartes a pris soin d'éclaircir dans la traduction certains endroits par quelques petits changements, aussi bien le texte des *Méditations* que celui des *Réponses aux objections*. Baillet conclut même que

« toutes les traductions qu'il a revues valent mieux que ses originaux mêmes. »<sup>20</sup>

On devrait donc accepter l'équivalence que l'histoire du texte semble faire apparaître entre *a priori* et *des effets par les causes*, puis *a posteriori* et *des causes par les effets*. La difficulté surgit immédiatement de ce que l'analyse semble au contraire aller aux causes par les effets et la synthèse aux effets par les causes, ce que d'ailleurs les occurrences cartésiennes pour ces expressions, *a priori* et *a posteriori*, indiquent<sup>21</sup> assez. Cela a conduit un certain nombre de commentateurs, à la suite d'Alquié en son édition<sup>22</sup> des œuvres de Descartes, à proposer que les locutions *a priori* et *a posteriori*, au lieu de prendre le sens d'une priorité logique ou noétique, aient simplement une valeur temporelle et relative, de sorte que la synthèse devrait suivre l'analyse et venir après elle, puisque celle-ci permet de découvrir proprement la démonstration d'une vérité que celle-là permet ensuite d'exposer selon l'ordre des choses connues elles-mêmes. Il est vrai que la fécondité de l'analyse telle que Descartes la conçoit entraîne que la synthèse ne puisse disposer ses raisons que dans l'après-coup de la découverte analytique et qu'il est donc donné une priorité heuristique de celle-ci sur celle-là. Mais alors la substitution<sup>23</sup>, du latin vers le français, au couple *a priori* / *a posteriori* des expressions étimologiques que j'ai mentionnées devient pure erreur et double inadvertance, de Clerselier et de Descartes. *A priori*, ce ne peut être que ce qui va des causes vers les effets, et *a posteriori* au rebours ; or l'analyse semble régresser des conséquences vers les principes, tandis que la synthèse opère en sens contraire. D'ailleurs, lorsqu'il est question de démontrer *a priori*, aux diverses occurrences de cette expression, il s'agit, partant des principes, d'en déduire des conséquences ou des effets, ainsi Descartes en vient à écrire fidèlement à ses façons coutumières de s'exprimer, en l'*Entretien avec Burman*, qu'il procède *a priori* et non par les effets : *Procedit a priori et non ab effectu*.<sup>24</sup>

Pour tenter de lever la difficulté, je vais procéder en deux temps : revenir au détail du latin d'une part, puis mobiliser la ressource d'une lettre à

---

<sup>19</sup> *La vie de M. Descartes*, 1691, tome II, livre VI, chapitre IX, p. 171-172.

<sup>20</sup> Baillet, *Ibid.*, p. 173.

<sup>21</sup> On a 29 occurrences d'*a priori* et 10 d'*a posteriori* dans le corpus. Elles sont souvent liées à l'opération de démonstration, et concernent alors aussi bien la région physique et de philosophie naturelle que les mathématiques.

<sup>22</sup> Œuvres philosophiques, Garnier, tome II, 1967, p. 582.

<sup>23</sup> C'est ce qu'Alquié reconnaît à la fin de sa note de la page 582 (op. cit.)

<sup>24</sup> AT V, 153.

Morin qui fait mieux entendre ce qu'il faut concevoir sous le vocable de démonstration chez Descartes.

## L'explication et la preuve

Reprenons tout d'abord le texte latin. Sur l'analyse, il limite et atténue la connexion de l'analytique et de l'*a priori* sous deux conditions. Tout d'abord le *tanquam* qui indique moins qu'une identité et seulement une comparaison ; cela veut dire comme, et ainsi non pas que l'analyse procède *a priori* mais *comme a priori*. Mais surtout il faut méditer la présence atténuative de ce *tanquam* en composition avec le verbe *invenire*. Rappelons que le geste spécifique de l'analyse c'est de supposer résolu ce qui est en question et de le constituer par conséquent en commencement sinon en principe de la résolution ; cette supposition n'est pas simplement un jeu de langage qui consisterait à substituer une forme affirmative à une interrogation véritable, elle consiste ainsi, en géométrie analytique, à déterminer des appellations symboliques pour les objets géométriques ainsi qu'à poser des équations où le connu et l'inconnu se trouvent mêlés. Je veux souligner de là que l'analyse géométrique fait procéder à deux séries d'opérations : la constitution de ou des équivalents algébriques des objets et du problème posés, puis la résolution des dites équations, à quoi d'ailleurs il faut ajouter l'interprétation géométrique de retour, qui doit parfaire ou constituer proprement la preuve. Ainsi peut-on concevoir que dans la constitution des suppositions ou hypothèses en lesquelles le connu et l'inconnu sont mêlés de sorte que le problème de base est ainsi posé comme résolu pour le pouvoir résoudre, dans cet ensemble d'opérations qui fournissent le principe de la résolution et de l'interprétation géométrique ultérieures, l'esprit procède *a priori* ou plutôt *comme a priori*, puisque le principe qui fait que la résolution devient possible sous le magistère des règles algébriques de manipulation des équations, ne requiert lui-même que la considération des parties du problème, leur symbolisation et leur représentation en une série d'équations. Comprenons en ce point que Descartes sollicite une conception de l'analyse qui ne doit pas toutes ses déterminations à l'analyse mathématique des Anciens et qui prend en considération la fécondité remarquable de la géométrie analytique. On doit alors certes maintenir que principe et conséquence sont les analogues mathématiques de cause et d'effet et que la démarche analytique allant de ce qui est posé vers ce qui est déjà connu, semble régresser du consécutif vers le principiel, donc aller comme des effets vers les causes. Mais ceci ne saurait valoir que pour la preuve analytique proprement dite qui tire logiquement les conclusions de ce qui a antérieurement été posé ; en revanche pour ce qui concerne ce qui est désormais essentiel à l'analyse moderne et géométrique, à savoir l'élaboration des substituts symboliques de ce qui était encore inconnu et problématique ainsi que la mise en équations de ces données à connaître, tout ce travail qui rend soluble le problème initial avant que ne s'opère proprement cette résolution réglée et rendue ainsi

facile, ce travail est constitutif du principe même de la résolution qui s'ensuivra, tout l'essentiel de la tâche résolutive se vient loger en lui, de sorte que la preuve ne sera plus ensuite qu'application mécanique de règles. La géométrie analytique permet de comprendre ainsi comme essentiel dans la voie analytique l'invention méthodique de la mise en problème, laquelle est comme *a priori*. En revanche la preuve proprement dite, qui enveloppe la résolution et l'interprétation, ne saurait quant à elle être dite *tanquam a priori*, comme cela sera explicité un peu plus bas. Il faut donc distinguer soigneusement le temps de l'*invenire* de celui du *probare* ou de la *probatio*. Le *tanquam a priori* vaut dans le temps de l'élaboration heuristique et non dans le temps de l'administration de la preuve.

Cette distinction que je suppose, Descartes la rend précisément explicite lorsqu'il aborde le point de la voie synthétique : de la synthèse il écrit qu'elle est comme *a posteriori* recherchée ou demandée et le verbe *quaerere* est ici crucial, qui enveloppe de considérer cette voie démonstrative dans le moment de sa constitution et non en celui de son exposition : dans la synthèse, ce qui est recherché, ce n'est pas ce qui est déjà donné dans le problème non plus que sa symbolisation ou formalisation, mais ce sont les connaissances déjà possédées qu'il va falloir mobiliser (par exemple sous la forme de demandes ou de postulats) afin que la preuve puisse valoir. Au plan heuristique de la recherche des déterminants de la preuve future à administrer, l'enquête se prononce comme *a posteriori*, c'est-à-dire depuis ce qui, du point de vue de la recherche et de la constitution du questionnement, est conséquence, à savoir les composants de la preuve à venir, vers ce qui est principe, à savoir la difficulté à surmonter. Cependant, du point de vue de la preuve à administrer, la voie synthèse se présente comme étant davantage *a priori* (*magis a priori quam*) puisqu'elle va de ce qui est, du point de vue des choses connues, principe vers ce qui s'ensuit à titre de conséquences.

Il reste alors à comprendre la substitution qui s'opère du latin au français et qui enveloppe la considération des causes et des effets, lesquels n'ont pas de sens immédiat ni obvie en mathématiques. Je souhaite donc tout d'abord représenter qu'avec cette substitution, Descartes, qui reste au moins responsable d'avoir accepté et ratifié par sa lecture une telle variation de traduction, recherche d'inclure à l'horizon du champ de ses distinctions les autres sciences théoriques que sont physique et métaphysique, et de ne pas cantonner ce qu'il conçoit aux limites intramathématiques dont son discours s'autorise. Il s'agit en effet pour lui d'apprécier la manière des géomètres, cette façon de procéder *more geometrico*, en s'appêtant à en suivre quelques leçons sur le terrain d'exposition des vérités métaphysiques. Il doit donc pouvoir être présumé que l'unité méthodique de la raison fonde l'extension de ce *mos geometricus* du côté des autres sciences. Mais il faut alors saisir la compatibilité entre ce que nous venons d'apercevoir des mathématiques mêmes et les sciences où la distinction entre cause et effet prend son sens propre et non plus simplement analogique. En physique et en métaphysique, il va donc falloir aussi distinguer entre l'élaboration

méthodique et inventive des solutions aux difficultés et le processus réglé de la preuve. Nous allons rechercher cette compréhension en physique afin de pouvoir ensuite en appliquer le cas échéant les résultats en métaphysique.

Une lettre<sup>25</sup> à Morin du 13 juillet 1638 va nous permettre quelques confirmations ainsi que l'espérance de quelques avancées. Descartes y représente à Morin qu'il y a de la différence entre prouver et expliquer, et que démontrer peut signifier l'un et l'autre. On doit donc distinguer entre expliquer des effets à partir de leur cause et prouver cette cause par ces effets. Comprenons qu'une preuve peut être plutôt *a posteriori* (prouver une cause dans ses effets) tandis que l'explication qui montre comment ces effets dépendent de leur cause et comment on peut ainsi montrer les connexions essentielles et nécessaires entre cette cause et ces effets, pourra être considérée comme *a priori*. Ainsi selon cette voie qui correspond en physique à l'analyse géométrique, on devra énoncer que l'explication est *a priori* dans ce même temps où la preuve est *a posteriori*. Pour entrer pleinement dans la compréhension d'une telle différence, ainsi que pour mieux mesurer ce qui demeure et ce qui change des mathématiques à la physique, prenons un exemple, ou plutôt reprenons ce que Descartes en dit. Il s'agit d'une lettre<sup>26</sup> au Père Vatier du 22 février 1638 et qui renvoie au début<sup>27</sup> des *Météores*, au moment où Descartes effectue quelques suppositions comme il le dit, sur les petites parties dont les corps composés sont l'assemblage et sur la matière subtile qui se trouve présente entre ces corpuscules irréguliers. Voici ce qu'écrit Descartes :

« Quant à ce que j'ai supposé au commencement des *Météores*, je ne le saurais démontrer *a priori*, sinon en donnant toute ma *Physique* ; mais les expériences que j'en ai déduites nécessairement et qui ne peuvent être déduites en même façon d'aucun autre principe, me semblent le démontrer assez *a posteriori*. »

La matière subtile ne saurait être l'occasion d'une expérience sensible qui la ferait apercevoir : elle ne peut donc être représentée en vérité qu'à partir d'une démonstration *a priori*, laquelle devrait sans doute consister en l'impossibilité du vide qui se peut directement déduire de la nature étendue en longueur, largeur et profondeur de tous les corps, de sorte qu'il ne peut y avoir de matière sans étendue ni d'étendue sans matière, donc point de vide ; ainsi que de ce que l'irrégularité des corpuscules dont les divers corps terrestres sont formés oblige à concevoir dans leurs interstices des particules encore plus fines et subtiles que cette matière subtile constitue précisément. Mais elle peut aussi être démontrée *a posteriori* et c'est ici ce qui nous intéresse plus particulièrement : on distinguera en effet la

---

<sup>25</sup> AT II, 197, 25-198,28 pour ce qui concerne notre question.

<sup>26</sup> AT I, 563 3-9.

<sup>27</sup> AT VI, 233,1-237,24

supposition, autrement dit l'hypothèse qui est formée et qui justifie le rapprochement avec le style analytique de démonstration, l'explication qui consiste comme *a priori* à montrer comment des effets qui se peuvent par ailleurs constater empiriquement dépendent de la supposition, ici de cette matière subtile ; enfin la preuve qui consiste formellement dans la coïncidence entre ce que cette supposition permet de prévoir et ce dont les expériences témoignent, preuve qui est donc bien *a posteriori*, tandis que l'explication peut être dite montrer comment les effets dépendent des causes. Ainsi peut-on envisager un style analytique de démonstration, qui résulte de la production d'une hypothèse indépendante des expériences et chargée d'en rendre raison ; hypothèse dont les conséquences qui s'en tirent expliquent la dépendance entre la cause ou le principe ou la raison qu'elle enveloppe et les phénomènes observables qui en peuvent être réputés les effets. La preuve *a posteriori* consiste alors dans la coïncidence identitaire des effets prévus et des phénomènes sensibles. On peut mesurer alors les déplacements opérés en regard de l'analyse mathématique, puisque Descartes ne parle jamais explicitement d'analyse physique, mais qu'il sollicite le mode de démonstration *a priori* ou *a posteriori* (ainsi que d'explication respectivement *a posteriori* ou *a priori*). L'élaboration de l'hypothèse, en physique, ne mérite plus qu'à peine sa dénomination : il s'agit certes de proposer une supposition à partir de laquelle les phénomènes vont pouvoir être expliqués comme à partir de leur cause, mais cette proposition ne constitue pas, en physique, un moment de symbolisation ni de mixtion du connu et de l'inconnu en des expressions différemment égales, autrement dit des équations : il s'agit de concevoir hypothétiquement des causes imperceptibles pour rendre raison de la diversité des phénomènes qui se peuvent percevoir : ainsi la forme des corpuscules pourra montrer pourquoi certains corps sont fluides comme l'eau, dont les particules ressemblent à des anguilles, entre lesquelles circule de la matière subtile, tandis que d'autres sont solides, dont les particules ressemblent à des buissons d'épines qui s'entre empêchent de se déplacer. L'essentiel pour l'hypothèse faite n'est donc pas dans son élaboration, qui rendrait une difficulté soluble, mais dans les conséquences qui s'en peuvent tirer, donc dans la monstration de la manière dont les effets dépendent des causes. L'essentiel est ainsi dans l'explication, laquelle est *a priori*, ce devant quoi l'on peut toutefois maintenir que la preuve proprement dite, autrement dit l'opération même de manifester la vérité, demeure *a posteriori*, puisqu'elle consiste dans l'identité de ce qui est prévu et de ce qui est constaté empiriquement, voire dans l'identité des effets encore inaperçus que l'hypothèse faite permet de former et ce même constat empirique.

On peut alors demander quand il est requis en physique d'en passer par ce genre de démonstration, et quand la physique déductive doit cesser de prouver *a priori* depuis les principes qu'elle tire de ses fondements métaphysiques. On peut en effet remarquer que quelque chose comme le principe d'inertie tel qu'il s'énonce dans les deux premières lois de nature, aux paragraphes 37-39 de la seconde partie des Principes, dérive explicitement et selon la voie synthétique de l'immutabilité divine : Dieu

n'est point sujet à changer, de sorte que chaque chose en son particulier demeure en l'état qu'elle est. Mais il s'offre, au cours de la troisième partie de la même somme philosophique, la nécessité d'une autre voie démonstrative qui fasse progresser. Cette voie hypothétique s'énonce aux paragraphes 44-47 et elle dissocie assez nettement les exigences de production du savoir, qui doivent se rapporter plutôt à la nature de notre esprit et à sa puissance de concevoir ce qui lui est donné, de l'impératif d'adéquation à l'égard de ce qui est. De sorte que Descartes en vient à affirmer fortement qu'il faut en physique, lorsque le donné observable fait irrémédiablement défaut, savoir prononcer des hypothèses que l'on sait fausses et que l'on répute telles, du moment qu'on en tire des conséquences qui sont adéquates au réel empiriquement constatable. Ainsi nous ne pouvons savoir comment Dieu a disposé les choses dans le monde au moment où il y a inséré la quantité de mouvement qu'il avait décidé d'y loger, comment il a divisé originellement la matière en choses et comment il a réparti leur vitesse. Nous le pouvons alors supposer comme il plaira à notre facilité de comprendre, du moment que ce qui s'en déduit concorde avec l'expérience<sup>28</sup>.

Ce style de démonstration dont l'explication va des causes vers les effets mais dont la preuve est des effets vers les causes, s'accorde ainsi avec la manière dénommée analytique dans les *Secondes Réponses*. Du moment que l'on dissocie l'explication de la preuve, comme le texte en réalise au moins l'esquisse, on conçoit comment il faut alors accorder ce qui est analytique, avec ce qui est *a priori* et *des causes vers les effets*. On comprend en ce point que la caractéristique de la voie analytique, qui s'exprime techniquement dans la production d'une hypothèse non actuellement conforme aux données qui sont et ne sont pas connues, consiste dans l'anticipation d'un savoir qu'on figure afin de l'obtenir. La voie analytique de démonstration ne recherche pas de mettre de l'ordre parmi les choses à connaître mais d'en proportionner les contenus accessibles à la nature compréhensive de notre esprit. Elle est la seule voie praticable pour arracher celui-ci à la partition effective et qui menace d'être définitive entre ce qui est su et ce qui ne l'est pas. Elle doit donc en tous les privilèges que Descartes prétend y loger nous faire plus essentiellement concevoir ce que c'est, selon lui, qu'une démonstration : trois sortes de considérations sont alors requises pour une telle compréhension. S'il est vrai que démontrer, c'est manifester pour un esprit rationnel, la vérité d'un contenu de pensée, cela doit, chez Descartes, envelopper tout d'abord l'appropriation de ce qu'il s'agit de conquérir ou de révéler à la nature de notre esprit, dont l'entendement est fini ; en second lieu l'explicitation des liens qui unissent ce qui est proposé à l'esprit et ce qui s'attache à l'ordre des essences ; enfin, la preuve que ce qui est dérivé à partir des prémisses coïncide avec la vérité de la chose même, avec son essence, s'il s'agit d'objets idéaux comme en mathématiques, dans la superposition de l'essence visée et de l'existence

---

<sup>28</sup> *Principes*, III, § 46 (AT IX-2, 124).

empiriquement constatée s'il s'agit de physique. Si l'ensemble de ces trois temps forme seul et proprement démonstration, celle-ci doit donc chez Descartes non pas viser l'idéal d'un pur jeu formel et contraignant entre des données connaissables qui semblent se dire telles qu'elles sont, mais prendre toujours en compte que le savoir exprime tout autant la nature de notre esprit que l'essence des choses et que l'on ne peut mener celui-là à celle-ci de manière contraignante qu'en acceptant que s'exprime sa nature dans ce processus : le temps de l'hypothèse dit, chez Descartes, ce moment précis où la production démonstrative de connaissance laisse savoir le caractère subjectif de son suppôt, se détache de la considération de ce qui est tel qu'il est et n'hésite pas même à lui tourner le dos pour satisfaire aux exigences de compréhension dont notre esprit est quant à lui porteur. Selon la voie analytique, l'esprit est ainsi appelé à se changer sans cesse tandis que les contenus de pensée doivent s'exposer selon ce qui lui est en ce temps concevable.

On peut ainsi représenter, par exemple, et en métaphysique, que la proposition « je suis donc Dieu est », dont les *Regulae* annonçaient que nous n'en apercevons pas toujours la liaison interne quoique celle-ci soit intrinsèquement valide, demande, selon le style analytique qui commande à l'écriture des *Méditations*, d'être développée au fil de la première preuve par les effets de la *Méditation III*. La démonstration analytique rend possible pour notre esprit coutumièrement offusqué et empêché de concevoir ce genre de liaison interne, le passage de sa négligence à son évidence : l'effet qui devra être probant sera cette présence en nous de l'idée de Dieu, dont la réalité objective passe tout ce à quoi notre réalité formelle peut prétendre en termes de dignité ontologique, mais toute l'explication, à partir de l'hypothèse faite d'une voie démonstrative fondée sur la distinction entre réalité formelle et réalité objective des idées, devra ainsi s'employer à manifester, devant l'attention de l'esprit, les liens de dépendance qui font concevoir que la réalité, même celle qui n'est qu'objectivement présente en une idée, réclame une cause où elle sera présente formellement. C'est la compréhension attentive de cette explication-là, laquelle échappe par exemple à Caterus, l'auteur des *Premières Objections*, qui va proprement rendre probante la comparaison de notre être formel et de la réalité objective de l'idée de Dieu, d'où l'existence de celui-ci pourra se dire démontrée. Ainsi la démonstration va pour notre esprit de la nature de ce qui est en lui et dont il lui est demandé de s'apercevoir attentivement, vers l'essence infinie de Dieu, dont l'existence doit être posée pour la raison d'une telle infinité dont l'esprit ne peut être la cause. Cette démonstration relève davantage du style analytique que celle qui recèle la preuve dite *a priori* et qui porte directement de l'essence de Dieu vers son existence. Le style synthétique de démonstration commencera donc, comme l'Exposé géométrique le fait, par cette dernière preuve qui est en tant que preuve, davantage *a priori*, tandis que les *Méditations* reporteront ce temps démonstratif vers la *Méditation V*. La science métaphysique partage donc avec la physique le souci de faire coïncider ce qui finit par être pensé avec une existence, laquelle est

proprement le terme de la démonstration. Elle s'en écarte dans la mesure où il ne saurait être question pour elle de s'aventurer en des hypothèses peut-être fausses afin d'en dériver des conséquences empiriques susceptibles de coïncider avec les données de l'expérience ; et elle se rapproche des opérations mathématiciennes, en ce que le processus d'élaboration des hypothèses y est tout à fait central : ainsi la sortie du doute, au début de la *Méditation II*, enveloppe que ce qui fait insurmontablement difficulté à savoir la possibilité de circonscrire et déterminer un indubitable qui ne souffre aucune contestation, ne saurait être résolu qu'à la condition de trouver la réponse dans la forme de la question. C'est dans le doute lui-même que devra résider une première vérité, ou qu'elle devra s'en extraire, c'est en posant que le doute est à soi-même sa propre solution, de sorte qu'étaient mêlées en lui l'invincible incertitude sur les contenus de pensée et l'évidente certitude de son opération, du moment qu'elle était actuelle. La fondation inébranlable du savoir suppose le style analytique de démonstration, qui sait disjoindre la validité des contenus de pensée de la manière dont l'esprit les appréhende.

Nous en pouvons à présent conclure que ce n'est pas en collant en quelque sorte à l'objet et à son essence que l'on progresse dans l'ordre des vérités fondées et justifiées, mais que c'est bien plutôt pour l'esprit en s'arrachant à la fascination du connu, de l'inconnu et de leur partition, que la possibilité d'une voie méthodique de passage de l'un vers l'autre réussit à se faire jour. Démontrer, selon la voie analytique, c'est ainsi approprier les difficultés à la nature de notre esprit pour réussir à approprier celui-ci au monde de la science. Il faut changer notre rapport aux données pour nous changer nous-mêmes, ce en quoi cette voie dessine un type d'activité qu'on doit pouvoir aussi bien appeler la méditation.

Daniel Dauvois